

ESTADÍSTICA PARA INGENIEROS

CO3321-CO3322. Primer Examen Parcial. Tipo A, 40%.

1. Sea Y_1, \dots, Y_n una muestra i.i.d. de la distribución $N(\mu, \sigma^2)$, con $n = 2k$ (n es par). Considere el siguiente estimadores de σ^2 :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2k} \sum_{i=1}^k (Y_{2i} - Y_{2i-1})^2.$$

(i) Verifique que este estimador es insesgado.

(ii) Pruebe que $\hat{\sigma}^2$ es consistente.

Ayuda: Para probar la consistencia, calcule primero la varianza de $\hat{\sigma}^2$. Puede usar que si $Z \sim N(0, \sigma^2)$, $E Z^4 = 3 \sigma^2$. (10 pts)

2. Considere la familia de densidades dada por

$$f_{\theta}(x) = (\theta + 1)x^{\theta}, \quad 0 < x < 1,$$

para $\theta > 0$.

(i) Encuentre el estimador de θ por el método de los momentos.

(ii) Encuentre el estimador de θ por el método de máxima verosimilitud.

(iii) Calcule ambos estimadores en la muestra siguiente:

0.47, 0.32, 0.74, 0.85, 0.31, 0.19, 0.70, 0.86, 0.52, 0.98, 0.68, 0.80,
0.96, 0.38, 0.74, 0.86, 0.65, 0.65, 0.79, 0.65

(10 pts)